

Roll No. 2530420091...

AH-6511

B. Sc. (First Semester)

Discipline Specific Core Course (MASC-01)

EXAMINATION, Dec./Jan., 2024-25

MATHEMATICS

(Elementary Calculus)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Answer all questions.

खण्ड—अ

(Section—A)

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

(Objective Type Question)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1×10=10

Answer all questions.

1. सुलब सूत्र की खोज किसने की ?

(अ) ब्रह्मगुप्त

P. T. O.

(ब) भास्कराचार्य

(स) आपस्तम्ब

(द) बोधायन

Who discovered Sulba Sutra ?

(a) Brahmagupta

(b) Bhaskaracharya

(c) Apastamba

(d) Bodhayana

2. 'खण्ड खाद्यक' पुस्तक की रचना किसने की ?

(अ) कात्यायन

(ब) ब्रह्मगुप्त

(स) भास्कराचार्य

(द) महावीराचार्य

Who composed the book 'Khand Khadyak' ?

(a) Katyayana

(b) Brahmagupta

(c) Bhaskaracharya

(d) Mahaviracharya

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{(\ln)^{1/n}}$ का मान है :

(अ) 0

(ब) 1

(स) e

(द) $\frac{1}{e}$

The value of $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{(\ln)^{1/n}}$ is :

(a) 0

(b) 1

(c) e

(d) $\frac{1}{e}$

यदि $f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x - 2$ है, तो अंतराल

$(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ में रोले के प्रमेय के प्रयोग से C का मान

क्या होगा ?

(अ) $\frac{2}{3}$

(ब) $\frac{3}{2}$

(स) 1

(द) 0

If $f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x - 2$, then what will be the value of C in interval $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ (using Rolle theorem) :

(a) $\frac{2}{3}$

(b) $\frac{3}{2}$

(c) 1

(d) 0

5. $D^n a^x$ का मान होगा :

(अ) $\frac{a^x}{(\log_e a)^n}$

(ब) $a^x \cdot a^n$

(स) $(\log_e a)^n \cdot a^x$

(द) $\frac{(\log_e a)^n}{a^x}$

The value of $D^n a^x$ will be :

(a) $\frac{a^x}{(\log_e a)^n}$

(b) $a^x \cdot a^n$

(c) $(\log_e a)^n \cdot a^x$

(d) $\frac{(\log_e a)^n}{a^x}$

6. वक्रता त्रिज्या के लिए सूत्र $\rho = r \frac{dr}{dp}$ को क्या कहते हैं ?

(अ) नेज सूत्र

(ब) पादिक सूत्र

(स) कार्तीय सूत्र

(द) ध्रुवीय सूत्र

What is the name of the formula $\rho = r \frac{dr}{dp}$ for

radius of curvature ?

(a) Intrinsic formula

 (b) Pedal formula

(c) Cartesian formula

(d) Polar formula

[6]

AH-6511

7. वक्र $y = \log_e x$ की प्रकृति है :

- (अ) उपरिमुखी अवतल
- (ब) नति परिवर्तन बिन्दु
- (स) अधोमुखी उत्तल
- (द) उपरिमुखी उत्तल

The nature of the curve $y = \log_e x$ is :

- (a) Concave upwards
- (b) Point of inflexion
- (c) Convex downwards
- (d) Convex upwards

8. $\int \cot_x \cdot dx$ का मान है :

- (अ) $\log \sin x$
- (ब) $\log \cos x$
- (स) $\log \sec x$
- (द) $\log \tan \frac{x}{2}$

[7]

AH-6511

Value of $\int \cot_x \cdot dx$ is :

- (a) $\log \sin x$
- (b) $\log \cos x$
- (c) $\log \sec x$
- (d) $\log \tan \frac{x}{2}$

9. $\int_0^{\pi/2} \cos^8 x \cdot dx$ का मान है :

- (अ) $\frac{45\pi}{256}$
- (ब) $\frac{25\pi}{256}$
- (स) $\frac{55\pi}{128}$
- (द) $\frac{35}{256}\pi$

P. T. O.

The value of $\int_0^{\pi/2} \cos^8 x \cdot dx$ is :

(a) $\frac{45\pi}{256}$

(b) $\frac{25\pi}{256}$

(c) $\frac{55\pi}{128}$

(d) $\frac{35}{256}\pi$

10. अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ की एक अनंतस्पर्शी है :

(अ) $ax - by = 0$

(ब) $bx - ay = 0$

(स) $ax + by = 0$

(द) $bx - ay = 1$

The one asymptote of the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ is :

(a) $ax - by = 0$

(b) $bx - ay = 0$

(c) $ax + by = 0$

(d) $bx - ay = 1$

नोट : सभी लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दीजिए। $5 \times 4 = 20$

Answer all the short answer type questions.

1. अनुक्रम $\{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ की सीमा ज्ञात कीजिए जबकि :

$$S_n = \sum_1^n \frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{3.6.9 \dots 3n}$$

Find the limit of the sequence $\{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ when :

$$S_n = \sum_1^n \frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{3.6.9 \dots 3n}$$

यदि $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{जब } x \leq 1 \\ 3-ax^2 & \text{जब } x > 1 \end{cases}$

हो तो a के किस मान के लिए फलन $f(x)$ संतत है ?

If :

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{when } x \leq 1 \\ 3-ax^2 & \text{when } x > 1 \end{cases}$$

for what values of a , the function $f(x)$ is continuous.

3. यदि $y = \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ तो y_n ज्ञात कीजिए।

Find y_n for $y = \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$.

4. सिद्ध कीजिए कि वक्र $y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$ के किसी

बिन्दु (x, y) पर वक्रता त्रिज्या $\frac{y^2}{a}$ है।

Prove that the curvature of the curve

$y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$ at any point (x, y) is $\frac{y^2}{a}$.

5. दर्शाइए कि वक्र $y^2 = (x-a)^2(x-b)$ का नति परिवर्तन बिन्दु रेखा $3x+a=4b$ पर स्थित है।

Show that the point of inflexion lies on the line

$3x+a=4b$ for the curve $y^2 = (x-a)^2(x-b)$.

6. समाकल का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{3+2\sin x + \cos x}$$

Find the value of the integral :

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{3+2\sin x + \cos x}$$

खण्ड—ब

(Section—B)

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

(Long Answer Type Question)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

4×10=40

Answer all questions.

1. भास्कराचार्य की जीवनी, उनके गणित के क्षेत्र में योगदान एवं प्रसिद्ध रचनाओं के बारे में संक्षिप्त विवरण दीजिए।

Explain in brief about Biography of Bhaskaracharya, contribution in the field of Mathematics and famous books.

अथवा

(Or)

निम्नलिखित श्रेणी के अभिसरण या अपसरण का परीक्षण कीजिए :

$$x + \frac{3}{5}x^2 + \frac{8}{10}x^3 + \frac{15}{17}x^4 + \dots + \frac{n^2-1}{n^2+1}x^n \dots, x > 0$$

Test the following series for convergence or divergence :

$$x + \frac{3}{5}x^2 + \frac{8}{10}x^3 + \frac{15}{17}x^4 + \dots + \frac{n^2-1}{n^2+1}x^n \dots, x > 0$$

2. यदि $y^m + y^{-\frac{1}{m}} = 2x$ तो लेबनीज प्रमेय से दर्शाइए कि :

$$(x^2-1)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2-m^2)y_n = 0$$

If $y^m + y^{-\frac{1}{m}} = 2x$, then show that by using Leibnitz theorem :

$$(x^2-1)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2-m^2)y_n = 0$$

अथवा

(Or)

टेलर प्रमेय लिखिए एवं उसका प्रयोग कर $\log_e \sin x$ का $(x-2)$ की घातों में प्रसार कीजिए।

Write Taylor's theorem and expand in power of $(x-2)$ for $\log_e \sin x$ by using that theorem.

3. निम्नलिखित वक्र की अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

$$(x+y)^2(x+2y+2) = x+9y+2$$

Find the asymptotes of the following curve :

$$(x+y)^2(x+2y+2) = x+9y+2$$

अथवा

(Or)

वक्र $y^3 = a^2x - x^3$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the following curve : $y^3 = a^2x - x^3$.

4. निश्चित समाकलन के लिए, दर्शाइए कि :

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{8} \log^2$$

For Definite integral, show that :

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{8} \log^2$$

अथवा

(Or)

यदि $u_n = \int_0^{\pi/2} \theta \sin^n \theta d\theta$ तो $n > 1$ के लिए समानयन

सूत्र से दर्शाइए कि $u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{n-1}{n} U_{n-2}$ तथा निगमन

कीजिए कि :

$$U_5 = \frac{149}{225}$$

If $u_n = \int_0^{\pi/2} \theta \sin^n \theta d\theta$, then for $n > 1$, using

Reduction formula, show that

$u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{n-1}{n} U_{n-2}$ and deduct that :

$$U_5 = \frac{149}{225}$$